

Přednáška kurzu MPOV

Reprezentace a vlastnosti obrazových dat

P. Petyovský (email: petyovsky@feec.vutbr.cz) ,
kancelář E512, Integrovaný objekt

Přednáška kurzu MPOV	1
Reprezentace a vlastnosti obrazových dat.....	1
Reprezentace obrazových dat (2D signálu).....	3
Reprezentace dvourozměrného (2D) systému.....	4
2D Diracova funkce, rozptylová funkce (PSF).....	5
Podmínky digitalizace 2D obrazové funkce	7
Možné reprezentace diskrétního obrazu jako 1D, 2D signálu.....	8
Konvoluční integrál pro diskrétní systémy	10
Vyhlazování šumu v obrazu.....	12
Realizace diskrétního operátoru pro průměrování.....	12
Detekce hran v obraze.....	13
Gradient jasové funkce.....	13
Realizace diskrétního operátoru gradientu obrazové funkce ...	14
Další konvoluční masky aproximující první derivaci obrazové funkce	15
Laplaceův operátor jasové funkce.....	16
Realizace diskrétního Laplaceova operátoru obrazové funkce	16
Literatura, použité obrázky a odkazy.....	18

Repräsentace obrazových dat (2D signálu)

Obraz (obrazová data) lze repräsentovat jako spojitě rozložené jasů (intenzity, optické hustoty) v rovině. Rozložení hodnot jasů je definováno obrazovou funkcí:

$$f(x, y) \quad \text{pro statický obraz,}$$

$$f(x, y, t) \quad \text{pro dynamický obraz (proměnný v čase).}$$

Kde f je reálná, spojitá (nebo po částech spojitá) funkce s reálnými argumenty, (kde x, y definují bod v rovině a t představuje hodnotu v čase). Pro další zpracování je obraz prakticky vždy diskretizován v čase a lze si ho tedy představit jako nespojitou sekvenci obrazových funkcí $f(x, y)$.

Definiční obor D hodnot obrazové funkce:

$$x \in (x_{\min}, x_{\max}), y \in (y_{\min}, y_{\max}).$$

Obor hodnot H obrazové funkce:

$$0 \leq f(x, y) \leq f_{\max}.$$

Takto definovaná obrazová funkce je schopná repräsentovat pouze šedotónový (monochromatický) obraz (obraz s proměnnou intenzitou jedné barvy).

Barevný obraz lze definovat jako soubor několika obrazových funkcí:

$$f_R(x, y); f_G(x, y); f_B(x, y).$$

Kde jednotlivé funkce repräsentují intenzitu jasů pro danou barevnou složku ve zvoleném barevném modelu (RGB, CMY apod.).

Pozn.:

V případě, že definiční obor hodnot obrazové funkce je definován jako diskrétní s pouze dvěma možnými hodnotami, hovoříme o tzv. binárním obrazu.

Reprezentace dvourozměrného (2D) systému

Dvourozměrný systém lze chápat jako zobrazení σ :

$$\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2,$$

signálu $f(x,y)$ na signál $g(x,y)$:

$$g(x, y) = \sigma\{f(x, y)\}.$$

Definiční obor hodnot systému (zobrazení σ):

$$\{f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_n(x, y)\}.$$

Obor hodnot systému:

$$\{g_1(x, y), g_2(x, y), \dots, g_n(x, y)\}.$$

Lineární systém je ten, pro který platí princip superpozice, který lze pro 2D systém σ zapsat jako:

$$\sigma\left\{\sum_n a_n f_n(x, y)\right\} = \sum_n a_n \sigma\{f_n(x, y)\}.$$

- a_n multiplikativní konstanta
- $f_n()$ vstupní 2D signál (obrazová funkce)
- σ zobrazení (dvourozměrný systém)

2D Diracova funkce, rozptylová funkce (PSF)

2D Diracova funkce δ je zobecněním jednorozměrného případu této funkce do více rozměrů. Pro dvourozměrný případ je definována takto:

a)

$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty, & \text{pro } (x = 0 \wedge y = 0) \\ 0, & \text{jindy} \end{cases}$$

b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) dx dy = 1$$

Základní vlastnosti δ funkce:

1. Translace (posunutí o ξ, η)

$$\delta(x - \xi, y - \eta)$$

2. Filtrační schopnost

$$\int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x - \xi, y - \eta) dx dy = f(\xi, \eta)$$

3. „Jedničková“ podoba ve 2D frekvenční rovině (u, v)

$$\delta(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{u=-\infty}^{\infty} \int_{v=-\infty}^{\infty} 1 \cdot e^{j(ux+vy)} dudv$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta$$

Za předpokladu linearitě zobrazení σ lze psát:

$$g(x, y) = \sigma\{f(x, y)\},$$

...po dosazení...

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \cdot \sigma\{\delta(x - \xi, y - \eta)\} d\xi d\eta$$

avedeme substituci pro h a nazveme ji rozptylovou funkcí (PSF):

$$h(x, y, \xi, \eta) = \sigma\{\delta(x - \xi, y - \eta)\}.$$

PSF (*point spread function*) představuje impulsní charakteristiku 2D systému σ a je analogií impulsní charakteristiky u jednorozměrných systémů, kde slouží identifikaci systému.

Odezvu systému při znalosti jeho PSF na obraz f lze zapsat

superpozičním integrálem:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \cdot h(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta$$

Ze superpozičního integrálu lze vysledovat význam souřadnic u PSF (tj. funkce h). Dvojici souřadnic (x, y) lze chápat jako **polohu výsledku** a dvojici souřadnic ξ, η jako **polohu** (jednoho z mnoha) **příspěvku** k výsledku.

Pokud má systém v každém bodě obrazu g identickou odezvu na identický obraz f hovoříme o **izoplanárním systému** (tj. o systému s polohově nezávislou impulsní charakteristikou na vstupní obraz bodu). U takovéto PSF již není třeba specifikovat informaci o poloze výsledku a její definice se změní takto:

$$h(x, y, \xi, \eta) \Rightarrow h(x - \xi, y - \eta).$$

Odezvu systému na vstupní obraz f je možné vyjádřit jako **konvoluční integrál:**

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \cdot h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta$$

Podmínky digitalizace 2D obrazové funkce

Digitalizace spočívá ve vzorkování obrazové funkce do matice o rozměrech $M \times N$ a ve kvantování spojité jasové úrovně každého vzorku do jednoho z K intervalů, čímž nabývá obrazová funkce pouze konečného množství hodnot (vyjádřeny nejčastěji pomocí celých čísel). Čím větší rozlišení (tj. $M \times N$) a větší počet kvantovacích úrovní (tj. K), tím lépe je původní spojité obraz aproximován.

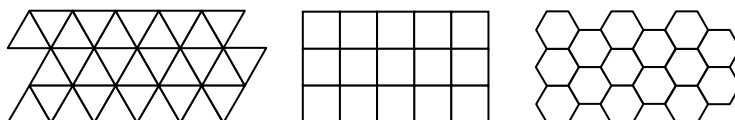
Interval vzorkování

Definován Shannonovým teorémem zobecněným pro vícerozměrné signály. Fyzikální interpretace: Interval vzorkování je nutné volit tak, aby byl vždy menší (nebo roven) polovině rozměru nejmenších detailů v obraze.

Matematická interpretace: Vzorkování funkce v prostorové (signálové) doméně představuje periodizaci spektra původní (nevzorkované) funkce v kmitočtové doméně. Vzdálenost jednotlivých period je určena vzorkovací frekvencí, proto je nutné zajistit, aby se jednotlivé opakující se frekvenční spektra v kmitočtové doméně navzájem nepřekrývaly. Vzorkovací frekvence proto musí být alespoň dvakrát vyšší, než je nejvyšší prostorová frekvence původní (nevzorkované) obrazové funkce.

Volba vzorkovací mřížky

Výběr plošného uspořádání bodů při vzorkování. Výhodné je využít pravidelnou mřížku. Existují pouze tři pravidelné mnohoúhelníky, jejichž síť úplně pokrývá rovinu.



Kvantování hodnot obrazové funkce

Pro digitální zpracování se nejčastěji využívá kvantování do K stejně velkých intervalů. V případě počítačového zpracování obrazu je počet intervalů dán druhou mocninou tedy:

$$K = 2^b .$$

Kde b je počet bitů, do kterých je hodnota kvantována (nejčastěji 8). Při malém počtu kvantovacích hodnot dochází v obraze ke vzniku rušivých artefaktů. Tento jev je pro lidské oko patrný, pokud je počet kvantovacích úrovní v monochromatickém obraze menší než cca. 64, proto je někdy vhodnější využívat nelineární kvantování (tj. kvantování s proměnnou délkou intervalu).

Superpoziční integrál pro diskretní systémy

$$g(k, l) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f(i, j) \cdot h(i, j, k, l)$$

Pozn.

- $f(i, j)$ - Vstupní hodnota
- $g(k, l)$ - Výstupní hodnota
- $h(i, j, k, l)$ - PSF v maticové podobě (i, j adresa příspěvku), (k, l adresa cíle - výstupu)

Superpoziční integrál v maticové podobě:

$$\overline{g} = \overline{H} \cdot \overline{f}$$

1 → $M \times N$ 1

$$M \times N \downarrow \begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{bmatrix} \downarrow M \times N$$

K výpočtu výstupního obrazu g je zapotřebí $(M \times N)^2$ operací typu násobení a $(M \times N - 1) \times (M \times N)$ operací sčítání. Pro čtvercové obrazy o velikosti N je to N^4 násobení a $(N^2 - 1) \times N^2$ sčítání.

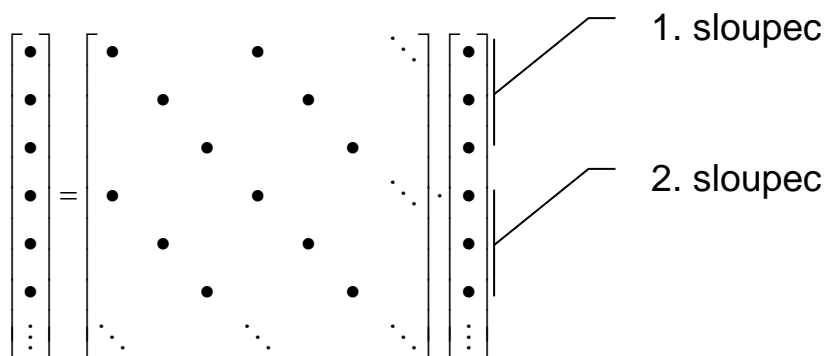
Často matice H představuje pouze operaci s řádky nebo jen se sloupci, potom klesne počet operací na N^3 násobení a $(N - 1) \times N^2$ sčítání.

Tvar matice H při sloupcových operacích.

$$\begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bar{0} & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bar{0} & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bar{0} & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bar{0} & \dots \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bar{0} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \vdots \end{bmatrix}$$

1. sloupec
2. sloupec

Tvar matice H při řádkových operacích.



Pokud tedy dokážeme matici H rozdělit na dvě matice, kde každá z nich představuje pouze sloupcové resp. řádkové operace, dokázali jsme snížit výpočetní náročnost u násobení z N^4 na $2N^3$! Systémy mající tyto vlastnosti nazýváme obecně **separabilní**.

Konvoluční integrál pro diskrétní systémy

Pokud je systém izoplanární (tj. jeho PSF je ve všech bodech obrazu identická) je možné přejít ze superpozičního integrálu na konvoluční integrál zavedením substituce.

$$h(i, j, k, l) \Rightarrow h(i - k, j - l)$$

Výsledný tvar pro odezvu izoplanárního diskrétního systému pro PSF (h) lze konvolučním integrálem zapsat jako:

$$g(k, l) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{M-1} f(i, j) \cdot h(i - k, j - l)$$

Pokud je navíc velikost PSF menší než velikost obrazu lze označit PSF jako lokální a výpočet odezvy realizovat pomocí klouzavé masky o velikosti X, Y . Jelikož jsou rozměry lokální PSF (tj. X, Y) vždy výrazně menší než rozměry obrazu (tj. M, N), dochází k výrazné úspoře výpočetního výkonu.

$$g(k, l) = \sum_{i=-\frac{Y}{2}}^{\frac{Y}{2}} \sum_{j=-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} f(k + i, l + j) \cdot h(i, j)$$

Pokud je navíc lokální PSF systému separabilní je možné náročnost výpočtu odezvy systému (tj. výpočet výstupního obrazu) dále snížit rozdělením PSF na sloupcovou a řádkovou část.

$$g_r(k, l) = \sum_{j=-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} f(k, l + j) \cdot h_r(j)$$

$$g(k, l) = \sum_{i=-\frac{Y}{2}}^{\frac{Y}{2}} g_r(k + i, l) \cdot h_s(i)$$

Příklad separabilního filtru:

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} = h_r \cdot h_s$$

$$h_r = [1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1]$$

$$h_s = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Při použití výpočtu konvoluce s maticí h , bude výpočetní náročnost 25 násobení a 24 sčítání (pro každý pixel výstupního obrazu). Při použití matic h_s a h_r , klesne výpočetní náročnost na 10 násobení a 8 součtů (pro každý pixel výstupního obrazu).

Lineární filtrace obrazu v signálové oblasti

Vyhlazování šumu v obrazu

Nejsnadnější je vyhlazování náhodného šumu v obraze v případě, kdy máme k dispozici několik obrazů téže předlohy (scény), lišící se právě jen šumem. V tomto případě provedeme průměrování hodnot pixelu o stejných souřadnicích přes více obrazů.

Pokud ale máme k dispozici jen jediný obraz scény, nezbyvá než předpokládat, že hodnoty okolních pixelů v obraze se liší hlavně díky šumu. Proto je možné provést průměrování přes okolní pixely (pomocí konvoluční masky). Tento předpoklad samozřejmě není možné splnit v celém obraze (pokud obraz neobsahuje jen jednu hodnotu jasové úrovně). Vyhlazení šumu přes jeden obraz tedy povede k degradaci obrazu mající charakter „rozmazání“, tj. zvýraznění nižších prostorových frekvencí obrazu.

Realizace diskrétního operátoru pro průměrování

Obyčejné průměrování, kde nová hodnota každého pixelu je určena jako průměr z hodnot pixelů v okolí 3x3 lze provést pomocí konvoluční masky:

$$h = \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Příklad filtrace obrazu s šumem pomocí masek 3x3 a 5x5.



Další varianty průměrovacích masek upravují váhu některých bodů masky:

$$h_2 = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_3 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Maska h_3 je typickým příkladem separabilního filtru, protože je možné ji rozložit na dva 1D filtry:

$$h_{3r} = [1 \quad 2 \quad 1],$$

$$h_{3s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$g = \frac{1}{16} \cdot (h_{3r} * (h_{3s} * f)).$$

Pozn.: symbol "*" představuje operátor konvoluce.

Detekce hran v obraze

Každá hrana v obraze představuje jasovou nespojitost v obrazové funkci. Z teorie signálu je známo, že velké skokové změny představují místa s výskytem vysokých prostorových frekvencí. Jakékoli filtry zvýrazňující hrany v obraze tedy musí zvýrazňovat vysoké frekvence.

Oblast vysokých prostorových frekvencí představuje kromě informací o hranách v obraze i šum, proto při jakékoliv operaci zvýrazňující hrany dojde i k zvýraznění šumu v obraze.

Gradient jasové funkce

K určení velikosti a směru změny hodnoty jasové funkce se využívá operace gradientu ∇ . Matematicky ji lze vyjádřit jako funkci obsahující první parciální derivace obrazové funkce dle jednotlivých proměnných. Výsledek operace gradientu ∇ je vektorová veličina mající absolutní hodnotu (udávající velikost změny jasové funkce) a směr (udávající směr největší změny jasové funkce).

$$\nabla f(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \vec{j}$$

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}$$

$$\varphi = \arg\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)$$

Parciální derivace obrazové funkce jsou v diskrétních obrazech nahrazeny diferencemi.

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \approx \Delta_x f_{i,j} = f_{i,j} - f_{i-n,j}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \approx \Delta_y f_{i,j} = f_{i,j} - f_{i,j-n}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial \alpha} \approx \Delta_\alpha f_{i,j} = \Delta_x f_{i,j} \cos \alpha + \Delta_y f_{i,j} \sin \alpha$$

Kde konstanta n je nejčastěji stanovena na hodnotu 1 nebo 2.

V praxi je samotný výpočet absolutní hodnoty gradientu pro zjednodušení nahrazován:

$$|\nabla f(i, j)| \approx |\Delta_x f_{i,j}| + |\Delta_y f_{i,j}|,$$

$$|\nabla f(i, j)| \approx \max(|\Delta_x f_{i,j}|, |\Delta_y f_{i,j}|).$$

Realizace diskrétního operátoru gradientu obrazové funkce

$$\Delta_x f_{i,j} : \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_y f_{i,j} : [-1 \quad 1] \quad [-1 \quad 0 \quad 1]$$

$$\Delta_{45} f_{i,j} : \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Příklad filtrace operátorem difference první řádu ve směru x, y a operátoru $abs(grad(f))$:



Další konvoluční masky aproximující první derivaci obrazové funkce

Robertsův operátor:

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \dots$$

Operátor Prewittové:

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \dots$$

Sobelův operátor:

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \dots$$

Robinsonův operátor:

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \dots$$

Kirschův operátor:

$$h = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \dots$$

Laplaceův operátor jasové funkce

Pro detekci hrany v obraze je výhodnější využít operátor aproximující druhou derivaci obrazové funkce, který je roven nule v oblasti inflexního bodu každé hrany. Detekce průchodu nulou v obraze je vždy výpočetně výhodnější než hledání lokálního maxima mající vždy jinou velikost.

Pro tento účel lze využít Laplaceův operátor ∇^2 (tzv. Laplacián) obsahující druhé parciální derivace:

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}.$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} \approx \Delta_x^2 f_{i,j} = \Delta_x f_{i+1,j} - \Delta_x f_{i,j} = f_{i+1,j} + f_{i-1,j} - 2f_{i,j}$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \approx \Delta_y^2 f_{i,j} = \Delta_y f_{i,j+1} - \Delta_y f_{i,j} = f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}$$

Výsledný Laplaceův operátor pro diskretní obraz:

$$\Delta^2 f_{i,j} = \Delta_x^2 f_{i,j} + \Delta_y^2 f_{i,j}$$

Realizace diskretního Laplaceova operátoru obrazové funkce

$$\Delta_x^2 f : \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_y^2 f : [1 \quad -2 \quad 1],$$

$$\Delta^2 f : \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Příklad aplikace Laplaceova operátoru



Operace ostření obrazu

Ostření obrazu představuje zvýraznění hran v obraze. K operaci ostření lze využít některého z operátorů aproximující derivaci obrazové funkce.

S výhodou se využívá zosťrující účinek Laplaceova operátoru ∇^2 . Při použití vztahu:

$$g(x, y) = f(x, y) - \nabla^2 f(x, y).$$

Příklad aplikace ostření obrazu pomocí Laplaceova operátoru:



Další možností je využít místo Laplaciánu například (LoG – Laplacián of Gaussian) jenž přesněji detekuje hrany. Jeho konvoluční maska pro velikost 5x5 má tvar:

$$h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Příklad aplikace Laplaciánu a operátoru LoG na obrazovou funkci



Literatura, použité obrázky a odkazy

- [1] Jan J.: Poznámky ke kurzu Digitální zpracování a analýza obrazového signálu; FEKT 1999.
- [2] Jan J., Dub P.: Poznámky ke kurzu: Vyšší metody číslicového zpracování obrazu; FEKT 2001.
- [3] Šonka M., Hlaváč V.: Počítačové vidění; Computer press 1992; ISBN 80-85424-67-3
- [4] Hlaváč V., Sedláček M.: Zpracování signálů a obrazů; skriptum ČVUT 2001.
- [4] Žára J., Beneš B., Felkel P.: Moderní počítačová grafika; Computer press 2004; ISBN 80-251-0454-0
- [5] Žára J. a kol.: Počítačová grafika - Principy a algoritmy; Grada 1992; ISBN 80-85623-00-5
- [6] Skala V.: Světlo, barvy a barevné systémy v počítačové grafice; Academia 1993; ISBN 80-200-0463-7
- [7] Wiley InterScience: Encyclopedia of Imaging Science and Technology; <http://www3.interscience.wiley.com>
- [8] Wikipedia; The free encyklopedia; <http://en.wikipedia.org/wiki>
- [9] Sonka M., Hlavac V., Boyle R.: Image Processing, Analysis, and Machine Vision, 3rd edition; Thomson 2007; ISBN 978-0-495-08252-1
- [10] Svoboda T., Kybic J., Hlavac V.: Image Processing, Analysis, and Machine Vision, A MATLAB Companion; Thomson 2007; ISBN 978-0-495-29595-2
- [11] Jan J.: Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů; VUTIUM 2002; ISBN 80-214-2911-9.